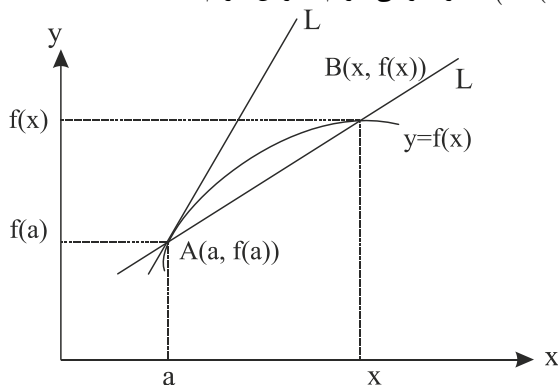


## مشتق

### تعریف مشتق و مشتق پذیری

#### مسئله خط مماس

روی نمودار تابع پیوسته  $y = f(x)$  نقطه ثابت  $A(a, f(a))$  و نقطه دلخواه  $B(x, f(x))$  در نظر می‌گیریم بنابراین داریم:



$$m_{AB} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- اگر نقطه  $B$  روی نمودار تابع  $y = f(x)$  به نقطه ثابت  $A$  نزدیک شود در این صورت در روی محور  $x$  ها فاصله نقطه متغیر  $x$  با نقطه ثابت  $a$  بسیار کم خواهد شد. در این صورت خط قاطع  $AB$  به خط مماس بر نمودار تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $A$  نزدیک می‌گردد. بنابراین داریم:

$$A \text{ در نقطه } y = f(x) \text{ شیب خط مماس بر نمودار } = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- اگر حد فوق موجود باشد به حد فوق مشتق تابع  $y = f(x)$  می‌گوییم و آن را  $f'(a)$  نمایش می‌دهیم.
- مشتق تابع  $y = f(x)$  بر حسب  $x$  رابه صورت های زیر نمایش می‌دهند:

$$D_x(y), \frac{dy}{dx}, y'_x, f'(x)$$

#### تعریف مشتق در نقطه

- اگر تابع  $y = f(x)$  در همسایگی  $a$  تعریف شده باشد،  $x = a$  نقطه درونی از دامنه تابع  $y = f(x)$  (نامش چنانچه  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  موجود و متناهی باشد گوییم تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $x = a$  مشتق پذیر است و مقدار مشتق تابع  $y = f(x)$  در  $x = a$  برابر است با:

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$$

- با فرض  $x = a + \Delta x$  اگر داشته باشیم  $x \rightarrow a$  در این صورت  $\Delta x \rightarrow 0$  بنابراین تعریف مشتق در نقطه  $x = a$  به صورت زیر خواهد بود:

$$f'(a) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

به  $\frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$  خارج قسمت تفاضل گویند.

مثال ۱- مشتق تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را با کمک تعریف مشتق به دست آورید.

مثال ۲- مشتق تابع  $f(x) = \sqrt{x}$  را در نقطه  $x = ۸$  به کمک تعریف مشتق به دست آورید.

**مشتق چپ و راست تابع  $y = f(x)$**

• **تعریف مشتق چپ:** اگر تابع  $y = f(x)$  در نقطه به طول  $x = a$  و یک همسایگی چپ آن تعریف شده باشد چنانچه  $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  یا  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$  موجود باشد آن گاه تابع  $y = f(x)$  از چپ مشتق پذیر است و به آن مشتق چپ تابع  $f(x)$  در  $x = a$  می گوییم. بنابراین داریم:

$$f'_-(a) = \lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^-} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

• به نیم خطی که به شاخه سمت چپ  $y = f(x)$  در  $x = a$  مماس شده باشد نیم مماس چپ یا مماس چپ گویند و در صورت وجود برابر  $f'_-(a)$  می باشد.

• **تعریف مشتق راست:** اگر تابع  $y = f(x)$  در نقطه ای به طول  $x = a$  و یک همسایگی راست آن تعریف شده باشد چنانچه  $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$  یا  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$  موجود باشد آن گاه تابع  $y = f(x)$  از راست مشتق پذیر است و به آن مشتق راست تابع  $f(x)$  در  $x = a$  می گوییم بنابراین داریم:

$$f'_+(a) = \lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0^+} \frac{f(a + \Delta x) - f(a)}{\Delta x}$$

• به نیم خطی که به شاخه سمت راست  $y = f(x)$  در  $x = a$  مماس شده باشد نیم مماس راست یا مماس راست گویند و در صورت وجود برابر  $f'_+(a)$  می باشد.

- **نکته:** هرگاه  $f'_-(a)$  موجود باشد تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $x = a$  پیوستگی چپ دارد.
- **نکته:** هرگاه  $f'_+(a)$  موجود باشد تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $x = a$  پیوستگی راست دارد.

**تعریف مشتق پذیری**

• گوئیم تابع  $y = f(x)$  در نقطه درونی  $x = a$  مشتق پذیر است هرگاه:  
اولاً تابع  $y = f(x)$  در  $x = a$  پیوسته باشد  
ثانیاً  $f'_-(a)$  و  $f'_+(a)$  موجود و متناهی و با یکدیگر برابر باشند.

**مشتق پذیری در نقاط ابتدایی و انتهایی**

• هرگاه تابع  $y = f(x)$  در بازه  $[a, b]$  تعریف شده باشد، مشتق پذیری در نقطه  $x = a$  به معنای وجود مشتق راست تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $x = a$  است به عبارتی داریم:  $f'_+(a) = f'(a)$  و مشتق پذیری در نقطه  $x = b$  به معنی وجود مشتق چپ در نقطه  $x = b$  می باشد به عبارتی  $f'_-(b) = f'(b)$



• **قضیه:** اگر تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $x = a$  مشتق پذیر باشد در این صورت در نقطه  $x = a$  پیوسته است اما عکس این قضیه درست نیست. به عبارتی ممکن است یک تابع در یک نقطه پیوسته باشد ولی در آن نقطه مشتق پذیر نباشد. به عبارتی پیوستگی تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $x = a$  شرط لازم برای مشتق پذیری تابع  $y = f(x)$  است ولی شرط کافی نمی باشد.

• مانند تابع  $f(x) = x[x]$  در نقطه  $x = 0$  که در نقطه  $x = 0$  پیوسته است زیرا:

$$\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = f(0) = 0$$

$$f'(0) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x[x]}{x} = \lim_{x \rightarrow 0} [x]$$

$$\begin{cases} f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} [x] = -1 \\ f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} [x] = 0 \end{cases} \rightarrow f'_-(0) \neq f'_+(0)$$

یعنی در نقطه  $x = 0$  مشتق پذیر نمی باشد، زیرا:

مثال ۳- اگر تابع  $f(x) = \begin{cases} a \sin x + 2 \cos x & x < \pi \\ b \sin \frac{x}{2} + 2 \cos \frac{x}{2} & x \geq \pi \end{cases}$  در نقطه به طول  $x = \pi$  مشتق پذیر باشد  $a + b$  کدام است؟

(۱) ۲      (۲) -۲      (۳) ۱      (۴) -۱

مثال ۴- هرگاه  $x \neq 0$   $f(x) = \begin{cases} (1+x)^{\frac{1}{x}} \\ e \end{cases}$  باشد حاصل  $f'(0)$  کدام است؟

$x = 0$

(۱)  $e$       (۲)  $\frac{e}{2}$       (۳)  $-\frac{e}{2}$       (۴)  $2e$

مثال ۵- هرگاه تابع  $f(x)$  پیوسته و مشتق پذیر باشد حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+mh) - f(x-nh)}{kh}$  کدام است؟

(۱)  $\left(\frac{m-n}{k}\right) f'(x)$

(۲)  $\left(\frac{m+n}{k}\right) f'(x)$

(۳)  $\left(\frac{m^2-n^2}{k^2}\right) f'(x)$

(۴)  $\left(\frac{m^2+n^2}{k^2}\right) f'(x)$

مثال ۶- اگر به ازاء هر  $x$  و  $y$  حقیقی داشته باشیم  $f(x+y) = f(x)f(y)$  و  $f(0) = 1$  و  $f'(0) = 4$  و  $f'(3) = 2$  و  $f(3) = 2$  مقدار  $f'(3)$  چقدر است؟

(۱) ۸

(۲) ۶

(۳) ۲

(۴) -۸

مثال ۷- با فرض  $f(x) = x^2[x] - x$  حاصل  $f'_+(3) + f'_-(3)$  کدام است؟

(۱) ۲۸

(۲) +∞

(۳) ۳۰

(۴) ۲۹

www.salaramouzadeh.ir ۰۹۱۲۲۷۱۹۴۷۹

مثال ۸- با فرض  $f(x) = [x] \sin x - x$  حاصل  $f'_-(0) + f'_+(0)$  کدام است؟

(۴)  $+\infty$

(۳)  $-1$

(۲)  $0$

(۱)  $-3$

مثال ۹- هرگاه  $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & x < 1 \\ 5x^2 & x \geq 1 \end{cases}$  باشد حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-2h) - f(1+2h)}{h}$  کدام است؟

(۴)  $29$

(۳)  $-\infty$

(۲)  $+\infty$

(۱)  $-29$

www.salaramouzadeh.ir

09122719419

www.salaramouzadeh.ir ۰۹۱۲۲۷۱۹۴۱۹

مثال ۱۰- با فرض  $f(x) = \begin{cases} 3x + 2 & x < 1 \\ 5x^2 & x \geq 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-2h) - f(1+3h)}{h}$  کدام است؟

۲۹ (۴)

+∞ (۳)

-∞ (۲)

-۲۹ (۱)

www.salaramouzadeh.ir ۰۹۱۲۲۷۱۹۴۱۹

مثال ۱۱- با فرض  $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & x < 1 \\ 5x^2 & x \geq 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1-2h) - f(1-3h)}{h}$  کدام است؟

۱۰ (۴)

۳ (۳)

-∞ (۲)

+∞ (۱)

www.salaramouzadeh.ir ۰۹۱۲۲۷۱۹۴۱۹

مثال ۱۲- با فرض  $x < 1$  و  $x \geq 1$  حاصل  $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & x < 1 \\ 5x^2 & x \geq 1 \end{cases}$  کدام است؟  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+2h) - f(1+h)}{h}$

۱۰ (۴)

۱۱ (۴)

۱۲ (۲)

۱۳ (۱)



۰۹۱۲۲۷۱۹۴۱۹

• نکته: هرگاه تابع  $y = f(x)$  پیوسته و مشتق پذیر باشد در این صورت داریم:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^n(a+h) - f^n(a)}{h} = (f^n(x))' \Big|_{x=a}$$

(تمرین کتاب درسی)

مثال ۱۳- با فرض  $f(x) = \sqrt[3]{x^2}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^r(1+h) - f^r(1)}{h}$  کدام است؟

$\frac{1}{27}$  (۴)

$\frac{2}{3}$  (۳)

$-\frac{1}{3}$  (۲)

$-\frac{1}{27}$  (۱)

### آزمون ایستگاه اول

۱- اگر تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{|x|} & |x| \geq 1 \\ ax^2 + b & |x| < 1 \end{cases}$  بر روی  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر باشد  $b$  کدام است؟

۲ (۴)

$\frac{3}{2}$  (۳)

۱ (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

۲- برای اینکه تابع  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + c & x > 1 \\ x^2 & x \leq 1 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x = 1$  دارای مشتق دوم باشد، مقدار  $a - b - c$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۷ (۳) ۵ (۴) ۱

۳- با فرض  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = \sec 2x$  حاصل  $f''\left(\frac{\pi}{8}\right)$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $-\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

۴- با فرض  $f(x) = \ln|\csc x - \cot x|$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'\left(\frac{\pi}{4} + h\right) - f'\left(\frac{\pi}{4} - 2h\right)}{3h}$  کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{2}$  (۲)  $3\sqrt{2}$  (۳)  $-3\sqrt{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

۵- با فرض  $f(x) = \log_{\Delta}(x^2 + 1)$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(x+h) - f'(x)}{h}$  به ازاء  $x = 2$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{\Delta \ln \Delta}$  (۲)  $\frac{8}{\Delta \ln \Delta}$  (۳)  $\frac{12}{\Delta \ln \Delta}$  (۴)  $\frac{4}{\Delta \ln \Delta}$

۶- هرگاه  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x-h)}{h} = \frac{1 - \cos 2x}{1 + \cos 2x}$  و  $f(0) = \pi$  باشد حاصل  $f(2\pi)$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲)  $2\pi$  (۳)  $\pi$  (۴)  $-\pi$

۷- با فرض  $f(x) = \begin{cases} x^2 \left[ \frac{1}{x^2} \right] & x \neq 0 \\ 1 & x = 0 \end{cases}$  حاصل  $f'(0)$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) وجود ندارد.

۸- اگر  $f(x) = \begin{cases} x^2 \left[ \frac{1}{x} \right] & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$  آنگاه  $f'(0)$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) وجود ندارد.

۹- اگر به ازاء هر  $x$  و  $y$  حقیقی داشته باشیم  $f(x+y) = f(x)f(y)$  و  $f'(0) = 3$  آنگاه مقدار  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{f'(x)}$  چیست؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲) ۳ (۳) ۶ (۴)  $\frac{1}{6}$

۱۰- اگر برای هر  $x$  و  $y$  حقیقی داشته باشیم  $f(x+y) = f(x) + f(y)$  و  $f'(0) = -\frac{1}{2}$  آنگاه  $f'(1)$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۱- اگر برای هر دو عدد حقیقی  $a$  و  $b$  رابطه‌ی  $f(a+b) = f(a) + f(b)$  در تابع پیوسته  $f$  برقرار باشد و  $f(2) = 3$  آنگاه  $f'(3)$  برابر با:

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۳ (۴) ۲

۱۲- اگر  $f(x)$  تابعی مشتق‌پذیر با ویژگی  $f(x+y) = \Delta xy + f(x) + f(y)$ ،  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1$  باشد آنگاه  $f'(2)$  کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) وجود ندارد



۱۳- تابع  $f$  برای هر دو عدد حقیقی مثبت  $a$  و  $b$  در رابطه‌ی  $f\left(\frac{a}{b}\right) = f(a) - f(b)$  صدق می‌کند. با فرض موجود بودن  $f'(1)$  حاصل  $f'(x)$  کدام است؟

(۱)  $f'(1)$       (۲)  $\frac{f'(1)}{x}$       (۳)  $xf'(1)$       (۴)  $\frac{x}{f'(1)}$

۱۴- هرگاه در تابع مشتق پذیر  $f(x)$  داشته باشیم  $f(2) \neq 0$ ,  $f'(2) = 5$  در این صورت حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f^2(2+3h) - f^2(2-h)}{(h^2-h)f(2)}$  کدام است؟

(۱)  $-40$       (۲)  $20$       (۳)  $-10$       (۴)  $5$

۱۵- فرض کنید  $f(x) = \max\{\sin x, \cos x\}$  آنگاه  $f'_+\left(\frac{\pi}{4}\right)$  و  $f'_-\left(\frac{\pi}{4}\right)$  به ترتیب کدام است؟

(۱)  $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$       (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}$   
 (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$       (۴)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}$

۱۶- در تابع  $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3x & x \geq 1 \\ x^2 - 3x + 6 & x < 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1) - f(1-h^2)}{h^2}$  کدام است؟

(۱)  $5$       (۲)  $-1$       (۳)  $4$       (۴)  $-2$

۱۷- هرگاه  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+|h|) - f(1)}{h} = f'(1)$  باشد مقدار  $f'(1)$  کدام است؟

(۱)  $0$       (۲)  $1$       (۳)  $-1$       (۴)  $\frac{1}{2}$

۱۸- هرگاه تابع  $f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{\pi} \text{Arctg} \frac{1}{x} & x < 0 \\ b & x = 0 \\ x^2 + x + c - 1 & x > 0 \end{cases}$  روی  $\mathbb{R}$  مشتق پذیر باشد مقدار  $a + b + c$  کدام است؟

(۱)  $1$       (۲)  $-1$       (۳)  $0$       (۴)  $3$

۱۹- ضریب زاویه نیم مماس رسم شده بر منحنی  $f(x) = 4 - 4 \cos^2(\sin \sqrt{x})$  در نقطه  $x = 0$  کدام است؟

(۱)  $12$       (۲)  $-12$       (۳)  $-6$       (۴)  $6$

(تمرین کتاب درسی)

۲۰- با فرض  $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & |x| < 1 \\ x^2 & |x| \geq 1 \end{cases}$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(1+h) - 1}{h}$  کدام است؟

(۱)  $3$       (۲)  $4$       (۳)  $-3$       (۴)  $-4$

(تمرین کتاب درسی)

۲۱- با فرض  $f(x) = \sin x \left[ \cos \frac{x}{2} \right]$  حاصل  $f'_+(\pi) \cdot f'_-(\pi)$  کدام است؟

(۱)  $0$       (۲)  $\frac{1}{2}$       (۳)  $1$       (۴) وجود ندارد

(تمرین کتاب درسی)

۲۲- با فرض  $f(x) = x[x^2 + 2]$  حاصل  $f'_+(\infty) - f'_-(\infty)$  کدام است؟

(۱)  $0$       (۲)  $-1$       (۳)  $1$       (۴) وجود ندارد

www.salaramouzadehir.com

(تمرین کتاب درسی)

۲۳- با فرض  $f(x) = [x](x^2 + 2x)$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(1+h) - f(1)}{h}$  کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴) وجود ندارد

(تمرین کتاب درسی)

۲۴- با فرض  $f(x) = (x^2 - 2x + 1)[x^2 + 2x + 1]$  حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1+h^2) - f(1)}{h^2}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰ (۴) وجود ندارد

(تمرین کتاب درسی)

۲۵- هر گاه تابع  $y = f(x)$  در نقطه  $x = 1$  مشتق پذیر و  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(1-2h) - f(1)}{h+h^2} = 4$  باشد، حاصل  $f(1), f'(1)$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰ (۴) وجود ندارد

(تمرین کتاب درسی)

۲۶- اگر تابع  $f(x)$  در نقطه  $x = a$  پیوسته باشد، چند تا از گزینه‌های زیر درست است؟

الف. اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a-nh)}{kh} = f'(a)$  موجود باشد، برابر  $(\frac{m+n}{k})f'(a)$

ب. اگر  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a-nh)}{kh}$  موجود باشد، ممکن است تابع  $f(x)$  در  $x$  مشتق پذیر نباشد.

ج. اگر  $f(x)$  مشتق پذیر باشد،  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+mh) - f(a-nh)}{kh}$  موجود است.

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۳

### آزمون ایستگاه سراسری

(سراسری تهرانی قارچ از کشور - ۹۴)

۱. اگر  $f(x) = x^3 - [2x^2]x$  باشد، مقدار  $f'_+(\sqrt{2}) - f'_-(\sqrt{2})$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) ۲

(سراسری ریاضی - ۹۳)

۲. مشتق راست تابع با ضابطه  $f(x) = ([x] - |x|)^2 \sqrt{9x}$  در نقطه  $x = -3$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{16}{3}$  (۲) -۵ (۳) -۴ (۴)  $\frac{7}{3}$

(سراسری تهرانی - ۹۳)

۳. تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sin^2 x - \cos 2x & ; 0 < x \leq \frac{\pi}{4} \\ a \tan x + b \sin 2x & ; \frac{\pi}{4} < x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$  در نقطه  $x = \frac{\pi}{4}$  مشتق پذیر است.  $b$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۱

(سراسری تهرانی قارچ از کشور - ۹۳)

۴. تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \frac{3}{x} - 5 & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$  در نقطه  $x = 1$  مشتق پذیر است.  $b$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(سراسری ریاضی - ۹۲)

۵. تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} ax^3 + bx & ; x < 1 \\ 3\sqrt{4x-3} & ; x \geq 1 \end{cases}$  بر روی مجموعه اعداد حقیقی مشتق پذیر است.  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{3}{2}$  (۴) ۲

( سراسری ریاضی - ۹۲ )

۶. اگر  $f(x) = (x^2 - x - 2)\sqrt{x^2 - 7x}$  باشد، حاصل  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$  کدام است؟

- (۱) -۶ (۲) -۳ (۳)  $-\frac{3}{2}$  (۴)  $-\frac{3}{4}$

( سراسری ریاضی قارج از کشور - ۹۲ )

۷. در تابع ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x - \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \\ x^2 + ax + b & ; x < 1 \end{cases}$  مقدار  $f'(1)$  موجود است،  $f(1 - \sqrt{2})$  کدام است؟

- (۱)  $3 - \sqrt{2}$  (۲)  $2 - \sqrt{2}$  (۳)  $2 - 2\sqrt{2}$  (۴)  $3 - 2\sqrt{2}$

( سراسری ریاضی قارج از کشور - ۹۱ )

۸. اگر تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 1 + a \cos \pi x & ; x > 1 \\ bx^2 + x & ; x \leq 1 \end{cases}$  بر روی  $R$  مشتق پذیر باشد،  $a$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $-\frac{1}{2}$  (۳) -۱ (۴)  $\frac{1}{2}$

( سراسری تهری - ۹۰ )

۹. در تابع با ضابطه  $f(x) = x\sqrt{x+1} - |x-1|$  مقدار  $f'(1) + 2f'(1)$  کدام است؟

- (۱) ۶۴ (۲) ۷۲ (۳) ۸۰ (۴) ۹۶

( سراسری تهری قارج از کشور - ۹۰ )

۱۰. در تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} \sqrt{(2x+6)^2} & ; x > 1 \\ ax + b & ; x \leq 1 \end{cases}$  مقدار  $f'(1)$  موجود است.  $b$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{7}{3}$  (۳)  $\frac{8}{3}$  (۴)  $\frac{10}{3}$

( سراسری ریاضی - ۸۹ )

۱۱. مشتق چپ تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$  در نقطه  $x = 0$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۲)  $-\sqrt{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴)  $\sqrt{2}$

( سراسری ریاضی قارج از کشور - ۸۹ )

۱۲. تابع  $f$  با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} 2\sqrt{x} & ; x \geq 1 \\ ax^2 + bx & ; x < 1 \end{cases}$  بر روی  $R$  مشتق پذیر است.  $b$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) ۵

( سراسری ریاضی قارج از کشور - ۸۵ )

۱۳. تابع با ضابطه  $f(x) = \sqrt{1 + |x|}$  در نقطه  $x = \alpha$  مشتق ندارد. مقدار  $f'_+(\alpha) - f'_-(\alpha)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

( سراسری تهری - ۸۴ )

۱۴. اگر  $f(x) = \begin{cases} xe^x & ; x \leq 0 \\ \ln(x^2 + 1) & ; x > 0 \end{cases}$  آن گاه  $f'_+(0) - f'_-(0)$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) -۱ (۴) -۲

۱۵. تابع با ضابطه  $f(x) = \begin{cases} x - \sin x & ; x \geq 0 \\ ax^n & ; x < 0 \end{cases}$  در نقطه  $x = 0$  مشتق مرتبه‌ی سوم دارد، حاصل  $a + n$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{17}{6}$  (۲)  $\frac{15}{6}$  (۳)  $\frac{19}{6}$  (۴)  $\frac{17}{6}$

( سراسری ریاضی - ۸۳ )

۱۶. هرگاه  $g(x) = \sqrt{2x}$  و  $f(x) = x^2 - x$  حاصل  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(2 + \Delta x)g(2 + \Delta x) - f(2)g(2)}{\Delta x}$  برابر کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۷

www.salaramouzadeh.ir

۱۷. مشتق تابع  $f(x)$  در نقطه  $x = 2$  به صورت  $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(2+h)^2 + k(2+h) - 2k - 8}{h} = 12$  بیان شده است.  $k$  کدام است؟ (سراسری ریاضی - ۸۱)

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

www.salaramouzadeh.ir ۰۹۱۲۲۷۱۹۴۱۹

[www.salaramouzadeh.ir](http://www.salaramouzadeh.ir) ۰۹۱۲۲۷۱۹۴۱۹